Ing. Marcos Pedrero S.

Termodinámica y Radiación
(Continuación)

LA CRISIS DE LA MECANICA CLASICA

La crisis en la Mecánica Clásica fué producida por la Termodinámica. Planck, utilizando esta ciencia llegó a establecer la ley de radiación que lleva su nombre. El célebre físico alemán decía en su memoria al Congreso de Bruselas: «el cuadro de la Dinámica clásica aun considerando la extensión que le habría el principio de relatividad de Lorentz-Einstein es demasiado estrecho para contener los fenómenos físicos no directamente accesibles a nuestros medios groseros de observación.» (Langevin et Broglie. La theorie de rayonnement et les Quanta, pág. 93.)

H. Lorentz decía en el mismo Congreso de Bruselas: «Se puede observar sin embargo que toda hipótesis que está de acuerdo con el segundo principio de la Termodinámica debe necesariamente conducir a la relación

$$\varepsilon = h\nu \quad \text{(h constante de Planck)}$$

En efecto, dice el mismo autor: como ya lo he dicho en esta discusión, esta relación es exigida por el principio de Carnot (Obra citada, pág. 123.)

El conocido físico francés L. de Broglie dice én su obra «La Física Nueva y los Quanta», pág. 172: «Es necesario clasificar la Mecánica de Newton y hasta la de Einstein como antiguas mecánicas y crear una nueva Mecánica en los marcos de la cual las antiguas Mecánicas entrarían a título de primeras aproximaciones.»

Se ve que el tema no se ha agotado, puesto que surgieron dificultades a la Relatividad con la Ley de radiaciones de Planck. ¿Pero qué modificaciones hay que introducir en la Relatividad? Refiriéndose a la Relatividad generalizada dice L. de Broglie: «Los nuevos fenómenos previstos por ésta son en efecto fenómenos muy pequeños y aun cuando se los observa se puede siempre preguntar **si tienen realmente por origen la causa que les atribuye la teoría de Einstein** o bien alguna otra causa perturbadora muy pequeña y despreciable. Ni el muy débil desplazamiento del perihelio de Mercurio ni la muy débil desviación de los rayos que pasan cerca del disco solar parecen aportar una prueba irrefutable a las concepciones relativistas (La Física Nueva y los Quanta, pág. 97).

Todos saben con respecto a la anomalía de Mercurio que se puede llegar a los mismos resultados que los de Einstein con hipótesis diferentes.

Consideremos el problema de los dos cuerpos que toda Mecánica nueva tiene que tratar si quiere modificar la de Newton, que ha tenido tanto éxito en el desarrollo de la Física clásica, que considera fuerzas que varían en razón inversa del cuadrado de la distancia (movimientos planetarios y ley de Coulomb aplicada a las cargas eléctricas).

Hagamos un cálculo aproximado. Supongamos que la trayectoria en el problema de los dos cuerpos no sea ya una elipse; por consiguiente, entre cada vuelta completa y la siguiente habrá una diferencia de áreas descritas por el radio polar que asimilamos a un anillo de espesor medio d-. Para evitarme largos cálculos, yo considero simplemente dos elipses confocales cuyos ejes mayores quedan sobre una misma recta. La diferencia en los tiempos de revolución produce la anomalía de Mercurio; durante el tiempo correspondiente a esta diferencia de períodos el radio polar describe un área

$$\frac{a'^2\alpha}{2}$$

siendo a' la distancia del foco al perihelio. Sean a y a—d los semiejes mayores. Recordando que los cuadrados de los tiempos de revolución están entre sí como los cubos de los semiejes mayores obtenemos

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{(a-d)^3}{T'^2}$$

o sea:

$$\frac{T^2-T'^2}{T^2} = 1 - \left(1 - \frac{d}{a}\right)^3$$

Pero

$$T^2 - T'^2 = (T + T')\,(T - T')$$

Se puede escribir aproximadamente

$$T^2 - T'^2 = 2\,T\,(T - T')$$

puesto que T y T' difieren poco; tendremos entonces

$$2\,\frac{(T-T')}{T} = \frac{3\,d}{a}$$

despreciando términos secundarios en el desarrollo del cubo. Pero en el tiempo $T-T'$ el radio polar describe un área $\frac{a'^2\alpha}{2}$ y en el tiempo T un área π a b; luego

$$\frac{T-T'}{T} = \frac{\frac{a'^2\alpha}{2}}{\pi\, a\, b}$$

Por consiguiente

$$\frac{\alpha}{2\,\pi} = \frac{3}{2}\,\frac{d}{a}\left(\frac{a\,b}{a'^2}\right)$$

Designemos

$$d \frac{a\,b}{a'^2} = d'$$

y obtenemos

$$\text{I} \qquad \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{3}{2} \frac{d'}{a}$$

Supongamos que los α son todos iguales e independientes del tiempo; es la primera hipótesis. La segunda hipótesis es que los d' son iguales para todas los planetas.

$$\text{II} \qquad d' = R\,GM$$

siendo R un coeficiente, G la constante de gravitación, M la masa del sol.

La penúltima ecuación permite calcular d' en el caso de Mercurio puesto que se tiene

$$a = 5{,}85 \times 10^{12} \text{ centímetros}$$

y α es el arco que corresponde al ángulo

$$\frac{43''}{415}$$

siendo 43'' el valor dado por Leverrier que corresponde a un siglo y por consiguiente a 415 vueltas durante un siglo

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{43}{360 \times 60 \times 60 \times 415}$$

Reemplazando en I este valor y el de a ya dado anteriormente se obtiene

$$d' = 312 \times 10^{3} \text{ centímetros}$$

o sea 3,12 kilómetros. Se tiene para la constante de gravitación universal

$$G = 6{,}685 \times 10^{-8}$$

y para la masa del Sol

$$M = 1{,}99 \times 10^{33}$$

y la fórmula II nos da entonces

$$R = 23{,}12 \times 10^{-22}$$

La fórmula I queda entonces en la forma

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{3}{2} \frac{kGM}{a}$$

Se obtiene fácilmente

$$\text{III} \qquad \frac{2}{R} = 9 \times 10^{20} \times 0{,}96$$

Pero 9×10^{20} es el cuadrado de la velocidad de la luz que designaremos por c y entonces obtenemos

$$\text{IV} \qquad \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{3GM}{c^2 a \cdot 0{,}96}$$

La fórmula de Einstein es

$$\text{V} \qquad \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{3\,GM}{c^2 a\,(1-e^2)}$$

siendo e la excentricidad de la elipse, es decir si a y b son los semiejes *

$$1-e^2 = \frac{b^2}{a^2}$$

En el caso de Mercurio

$$e = 0{,}2$$

luego: $\qquad 1-e^2 = 0{,}96$

Por consiguiente en fórmula III escribimos

$$\frac{2}{R} = c^2(1-e^2)$$

y la fórmula II queda en la forma

$$\text{VI} \qquad d' = \frac{2\,GM}{c^2\,(1-e^2)}$$

Apliquemos esta fórmula a la física atómica. La fuerza de atracción newtoniana es

$$F = \frac{GM.\,m}{r^2}$$

La fuerza de atracción entre dos cargas eléctricas es

$$F = -\frac{qq'}{r^2}$$

Por consiguiente si consideramos un electrón y un proton debemos reemplazar

---

* La fórmula V para trayectorias poco diferentes de una circunferencia se reduce a

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \frac{3\,v^2}{c^2}$$

puesto que la aceleración newtoniana es $\frac{GM}{r^2}$ y entonces

$$\gamma = \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2}$$

siendo v la velocidad del planeta. Debemos recordar con este motivo que Lorentz por primera vez introdujo un termino $\frac{v^2}{c^2}$ en su Electrodinámica para dar explicación de la experiencia de Michelson y que dió origen a la Relatividad.

$$GM \text{ por } \frac{e^2}{m}$$

siendo

$$e = 4{,}77 \times 10^{-10} \quad \text{carga eléctrica}$$
$$m = 0{,}9 \times 10^{-27} \quad \text{masa del electrón}$$

Reemplazando en fórmula VI obtenemos

$$d' = 5{,}52 \times 10^{-13} \quad \text{centímetros.}$$

y el diámetro del electrón es

$$\delta = 3{,}8 \times 10^{-13}$$

o sea que el diámetro del anillo es 1,45 veces el diámetro del electrón.

Supongamos que el electrón llega a aproximarse al proton a una distancia

$$D = \frac{d'}{2} = \frac{5{,}52 \times 10^{-13}}{2}$$

y calculemos su velocidad. No hay más que considerar las fórmulas newtonianas

$$\gamma = \frac{v^2}{r} = \frac{GM}{r^2}$$

de donde

$$v^2 = \frac{GM}{r}$$

y reemplazando GM por $\frac{e^2}{m}$ obtenemos

$$v^2 = \frac{e^2}{mr}$$

luego reemplazando los valores obtenemos

$$v^2 = \frac{4{,}77^2 \times 10^{-20}}{0{,}9 \times 10^{-27} \times 2{,}76 \times 10^{-13}}$$

$$v^2 = 9{,}1 \times 10^{20}$$

Se sabe que el electrón fué ideado efectuando una integración extendida a todo el espacio para concentrar la energía electromagnética en una esfera de radio $r = 1{,}9 \times 10^{-13}$.

En resumen se obtiene una velocidad que difiere muy poco de la velocidad de la luz. ¿Qué sucede en el choque de dos cargas de signo contrario el electrón y el protón? ¿Qué es un neutrón?

El profesor de la Sorbona Marcel Boll en su obra traducida al castellano (1944) «¿Qué es la energía?», pág. 130, analiza las diversas hipótesis propuestas para explicar el origen del calor solar. Las hipótesis de Helmholtz, Kelvin, Eddington y J. Perrin las encuentra poco satisfactorias.

Es preciso, dice, volver a unas ideas ya antiguas (1904) del gran astrónomo James Jeannes, que admite la posibilidad del aniquilamiento de la materia al encontrarse dos granos de electricidad de nombre contrario el electrón, y el protón.

En la nueva Mecánica debe existir una función análoga al multiplicador termodinámico $\frac{2}{G+1}$ a que nos referimos en la Introducción. Estudios de cinemática me han llevado a encontrar una función que desempeñaría el rol de multiplicador y su valor es 1 para la Mecánica clásica; para la Mecánica celeste einsteniana también se obtiene un valor igual a 1.

La función G puede ser infinita al cero absoluto de temperatura.

Según la primera teoría de Planck la energía por grado de libertad es

$$\omega = \frac{h\nu}{2(e^x - 1)}$$

siendo

$$x = \frac{N\,h\nu}{R'T}$$

Hemos ya expuesto en Anales de Enero 1948 que se podía admitir como energía por grado de libertad la expresión

$$\omega = \frac{R'T}{(G+1)N}$$

siendo $R' = 83 \times 10^6$ constante gases perfectos

$N = 62 \times 10^{22}$ número de Avogadro

y entonces atribuir la crisis de la Mecánica Clásica a esta enigmática función de la Termodinámica cuyo valor

$$G = 1$$

correspondería a la Mecánica Clásica. Identificando con la relación de Planck se obtiene

$$\frac{2}{G+1} = \frac{x}{e^x - 1}$$

De esta identificación resulta que para

$$h\nu = 0$$

se obtiene

$$G = 1$$

y para una temperatura absoluta

$$T = 0$$

$$G = \infty$$

Por consiguiente tenía una gran importancia saber si esta consecuencia se confirma. Por otra parte la discusión matemática, Anales Junio 1946, hacía ya prever dicha conclusión.

1.ª Demostración

Consideremos la relación general conocida de la Termodinámica

$$C - c = A\,T\,\frac{\delta p}{\delta T}\cdot\frac{\delta v}{\delta T}$$

C y c son los calores específicos del cuerpo, $A = \frac{1}{E}$ siendo E el equivalente mecánico del calor. Designando

$$Z = \frac{Cc}{C-c}$$

se obtiene reemplazando el valor de C en la relación

$$ZT = \frac{Cc}{C-c}\,T$$

la expresión

$$ZT = \frac{c^2}{A\frac{\delta p}{\delta T}\cdot\frac{\delta v}{\delta T}} + cT$$

Puesto que T depende p y v se deduce

$$dT = \frac{\delta T}{\delta p}\,dp + \frac{\delta T}{\delta v}\,\delta v$$

de donde con T constante se deduce

$$\left(\frac{\delta p}{\delta v}\right)_T = -\frac{\left(\frac{\delta p}{\delta T}\right)_v}{\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)_p}$$

Luego

$$ZT = -\frac{c^2}{A\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)^2\left(\frac{\delta p}{\delta v}\right)_T} + cT$$

Según experiencias realizadas en las proximidades del cero absoluto la razón

$$\frac{c}{\frac{1}{v}\,\frac{\delta v}{\delta T}}$$

es constante y el calor específico a volumen constante es proporcional al cubo de la temperatura (ley de Grüneissen) (consultar Planck. «Termodinámica», pág. 305, traducción española de don Julio Palacios, catedrático de la Universidad de Madrid y las obras siguientes: Langevin et Broglie. La theorie de rayonnement et les Quanta pág. 286 y F. Reicke, «Teoría de los Quanta», traducción del alemán por don Julio Palacios, pág. 70). La compresibilidad en las proximidades del cero absoluto.

$$\frac{1}{v}\left(\frac{\delta v}{\delta p}\right)_T$$

queda también constante.

Ahora bien, según la Termodinámica

$$\frac{2}{G+1} = \frac{1}{Z}\left(\frac{\delta ZT}{\delta T}\right)_S$$

en la cual el subíndice S es la entropía, es la fórmula que hemos demostrado por dos vías diferentes en Anales de Junio 1946. Dicha fórmula nos da entonces

$$G = \infty$$

puesto que según lo expuesto anteriormente ZT se reduce a

$$ZT = \frac{c^2}{A\left(\frac{\delta v}{\delta T}\right)^2\left(\frac{\delta p}{\delta v}\right)_T}$$

y dicho valor queda constante

2.ª Demostración. Nerst como ya he expuesto en la Introducción de esta Memoria, traducía sus célebres experiencias realizadas hasta las más bajas temperaturas por la fórmula que se puede escribir en la forma

$$ZT = \frac{Cc}{C\text{-}c}\,T = \mu\,\frac{c}{C}$$

en la cual μ es una constante característica del cuerpo (consultar Langevin et Broglie: La theórie de rayonnement et les Quanta, pág. 264). La fórmula de Nerst siendo de segundo grado respecto al calor específico a volumen constante nos da para dicho calor específico

$$C = \frac{\mu}{2T}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4cT}{\mu}}\right)$$

Por consiguiente reemplazando este valor en la fórmula anterior obtenemos

$$ZT = \frac{2cT}{1 \pm \sqrt{1 - \frac{4cT}{\mu}}}$$

Por consiguiente para $T = 0$ obtenemos los dos valores:

$$ZT = O$$

y

$$ZT = \mu$$

Si por a designamos una constante se tiene en el primer caso puesto que c es proporcional a T^3

$$ZT = 2aT^4$$

$$Z = 2aT^3$$

y la fórmula general dada anteriormente da entonces

$$\frac{2}{G+1} = 4$$

de donde

$$G = -\frac{1}{2}$$

y en el segundo caso obtenemos

$$G = \infty$$

(Continuará)

M. P. S.