Ing. Carlos Krumm S.

Control de calidad en la Industria

1

Uso de los métodos estadísticos

El uso de métodos estadísticos se ha generalizado en los últimos años y se aplican cada vez con mayor éxito en la investigación y en el análisis de los más variados fenómenos de la ciencia y de la vida práctica. La teoría estadística ha alcanzado un alto grado de perfección que se comprueba y se complementa experimentalmente.

Tal vez la aplicación más antigua de la teoría estadística es el método de los cuadrados mínimos descubierto en el siglo XIX y conocido entre los ingenieros por su aplicación en las operaciones geodésicas. El mismo método se aplica en astronomía, por ejemplo, en las observaciones de las trayectorias de los cuerpos celestes. En biologia los métodos estadísticos tienen una aplicación importante, sea en seres humanos o animales de experimentación para el estudio de enfermedades, de la herencia de ciertas tendencias normales o patológicas, del efecto de medicamentos, etc. En la física nos encontramos con leyes estadísticas tales como la de Boyle, la segunda ley de la Termodinámica, las leyes de los quanta y las modernas teorías de Heisenberg. Luis de Broglie, en su obra «Materia y Luz», expresa que la mecánica de Newton es exacta al predecir los fenómenos que ocurren en escala humana y de los cuerpos celestes, o sea en escala macroscópica. Pero tratándose de los movimientos de partículas microscópicas dentro del átomo, la mecánica de Newton pierde su validez, en tanto que la mecánica de los quanta hace posible comprender el significado de nuevos principios que debe introducirse en estos análisis microscópicos. Tales principios son de naturaleza estadística y se basan en gran parte en la teoría de las probabilidades. J. A. Eldridge, por su parte, en la obra «The Physical Basis of Things » dice: «Es imposible medir varias cantidades físicas (como energía, posición, cantidad de movimiento) con exactitud al mismo tiempo. Es esta inexactitud necesaria la que nos ha forzado a encontrar nuestras leyes fundamentales en las probabilidades.» Fuera de la Teoría de la Relatividad de Einstein y la descomposición atómica nada ha despertado mayor interés entre los hombres de ciencia que la aplicación de las teorías estadísticas a las ciencias naturales. Harrison en «Atoms in action» ha dicho que toda la estructura de la física y de la química modernas, y por consiguiente de todas las ciencias naturales de las cuales son la base, descansan en la mecánica de los quanta.

Son innumerables las aplicaciones de la estadística: en la industria, en el comercio, en los censos, en los seguros, los tributos, en los abonos, etc. A continuación nos referiremos a una importante y moderna aplicación industrial, objeto de esta conferencia.

2

Características de la industria moderna

Una de las características de la industria moderna es la producción en masa o en serie mediante el uso de máquinas automáticas o semi-automáticas. El objetivo es producir miles o millones de piezas similares al más bajo costo posible. Usamos la expresión piezas similares, y no iguales, porque no es posible fabricarlas así ni tampoco hay interés en llegar a esa meta.

En la producción en masa influyen numerosas causas desconocidas que originan una cierta variabilidad entre las diversas piezas. Estas causas desconocidas se conviene en atribuirlas al azar, y obedecen a ciertas leyes estadísticas. El estudio de la variabilidad y su control valiéndose de leyes estadísticas hacen posible mantener la calidad de la producción industrial en masa, dentro de límites económicos.

3

Aplicación de métodos estadísticos y sus ventajas

La aplicación de métodos estadísticos, en la forma que se describirá, permite observar sistemáticamente las variaciones de calidad de un producto y fijar límites económicos permisibles de variación y reducir a un mínimo el número de piezas defectuosas. Se pueden corregir oportunamente los defectos que se producen en la manufactura ya sea por mal ajuste de la máquina, calidad deficiente de los materiales, errores del operador, etc., cada vez que se transpasan los límites fijados. Se descubren así las causas anormales de variabilidad, llamadas asignables, y se les elimina.

Cuando una industria usa los métodos estadísticos de control de calidad tiene la certidumbre de vender un producto cuyas características se mantienen dentro de ciertos límites. Puede así llegar a suprimirse las pruebas de recepción exigidas por el sistema corriente de especificaciones. El fabricante puede exhibir sus métodos de inspección y sus gráficos que dan fe de la calidad sin necesidad de ensayos o pruebas ulteriores. Donde hay dificultades de producción los diagramas de control de calidad hacen más difícil a los responsables del proceso ocultar el origen de una falla ya sea usando argumentos falsos o descargando la responsabilidad en otra persona. Por otra parte, si la manufactura está organizada por secciones y el producto final de una es la materia prima de la siguiente, el uso de los diagramas respectivos de control de calidad deslinda las responsabilidades. Se comprende que esta manera, que pudiéramos llamar automática de establecer las fallas conduce a una mejoramiento de las relaciones entre ingenieros, capataces y obreros.

Estas son algunas de las ventajas de la aplicación del sistema estadístico del control de calidad en la industria.

4

Estado actual de la aplicación del método de control de calidad en la industria.

Según mis informaciones las primeras aplicaciones del método se practicaron en Alemania hace unos 30 años, por Becker, Plaut y Runge cuyas observaciones constan en la obra titulada «Anwendungen der Mathemathischen Statistik auf Probleme der Massenfabrikation». Posteriormente, las investigaciones y aplicaciones han continuado en EE. UU. W. A. Shewhart y el Research Dpt. de la Bell Telephone Co. han aplicado el sistema de control de calidad, a toda la producción de la compañía en una escala gigantesca. En la fabricación de aparatos telefónicos se emplean veinte o más materias primas tales como oro, plata, platino, cobre, estaño, plomo, lana, goma, seda, etc., de las más diversas procedencias. El aparato teléfónico consta de 201 partes, y en la línea y en el equipo, que hacen posible la conexción de un teléfono con otro, hay aproximadamente 110 mil piezas más. Cada una de estas piezas se produce en cantidades de millones al año, de modo que la producción total es del orden de los miles de millones. Se comprende la importancia económica que adquiere el control de calidad cuando se trata de producciones del orden mencionado.

En Inglaterra, los métodos estadísticos de control se aplican a las industrias textiles, de vidrio, ampolletas eléctricas, materiales de contrucción, productos químicos, etc.

La última guerra, principalmente debido a la enorme producción de municiones, hizo necesaria la implantación de métodos expeditos y seguros de control. Con este fin los norteamericanos publicaron y pusieron en vigor las normas «American Defence Emergency Standars Z 1. 1-1941 y Z 1. 2-1941». Ya en el año 1935 los ingleses habían publicado la norma B. S. 600 con el título de «Application of Statistical Methods to Industrial Standardisation and Quality Control», por el Dr. E. S. Pearson. En 1942 se hizo una nueva edición de esta norma bajo el número 600 R. titulado «Quality Control Charts» por los señores B. P. Dudding y W. J. Jennet. Estas publicaciones, especialmente la americana, contienen un mínimo de teoría y se sirven de numerosos ejemplos, tablas y gráficos para facilitar las aplicaciones.

Recientemente, en reuniones de la British Association, que han tenido lugar en Brighton durante el mes de Septiembre de 1948, se han leído dos importantes comunicaciones sobre el tema del control de calidad. Uno titulado «Statistical Methods and Engineering Processes» por los señores Dudding y Jenett que son a su vez los autores de la norma inglesa ya mencionada. El otro trabajo se titula «The accuracy of Automatic Lathes», por el señor J. Desmond, en que se dan a conocer métodos estadísticos de control usados en la conocida fábrica Lucas de artefactos Eléctricos.

En estos últimos años la aplicación de los métodos de control de calidad han tomado mucho auge, especialmente en los Estados Unidos de N. A. Este auge se revela en una copiosa literatura sobre la materia.

5

Calidad y variabilidad

Como dijimos en la producción industrial en serie se trata de fabricar piezas tan similares una de otra como sea económicamente posible. Esta similitud se refiere a una cualidad que puede ser el diámetro en un perno, el paso en un tornillo, la resistencia a la ruptura de un cable de acero o de hilos de algodón, lana ó seda para un tejido. En un aparato eléctrico puede ser la resistencia eléctrica la que defina la calidad. Cuando se efectúan las medidas respectivas, durante la fabricación o después, se encontrarán variaciones entre una y otra pieza. Si la manufactura es cuidadosa las variaciones son debidas únicamente a un sistema de causas de azar. Aceptado este principio de variabilidad deben adoptarse las medidas conducentes a mantenerla dentro de ciertos límites. Por ejemplo, un eje de 50 mm. de diámetro nominal según la norma A. B. S. (Association Belge de Standardisation) debe quedar comprendido entre 50-25μ y 50-50μ. El eje pasa por el primer calibre y no pasa por el segundo. Por esto el sistema se llama también de pasa y nó pasa (go and not go).

En el sistema usual de control se adopta empíricamente, o por disposiciones oficiales, en cada caso, una norma o regla fijando el porcentaje del lote que deberá examinarse a fin de aceptar o rechazar todo el lote. El porcentaje puede llegar en algunos casos a 100 (como el sistema de pasa y no pasa). Por otra parte, en el sistema usual de control el muestreo se efectúa al final, una vez que se ha fabricado todo el lote y en algunos casos mucho tiempo después. Si se encuentra que la producción juzgada por la muestra, es defectuosa, se rechaza todo el lote con las pérdidas consiguientes. Hay casos en que la prueba es destructiva y no es posible ensayar todo el el lote, como sucede con los fusibles que protejen un circuito eléctrico, hélices de aviones, piezas de la dirección de automóviles, etc. Se comprende que en estos casos hay que ensayar sólo algunas piezas y poder juzgar de la variabilidad de todo el lote por medio de una inducción adecuada.

6

Muestreo (sampling)

Un sistema científico de control de calidad no debe limitarse a averiguar si la muestra tomada queda dentro de las especificaciones. Debe ir más allá y averiguar la ley de variabilidad de los individuos que componen la muestra. Por simple intuición, desde luego, podemos inferir que la variabilidad en el lote debe guardar alguna relación con la variabilidad en la muestra.

En otros términos, el examen de un número **n** de piezas o individuos nos puede mostrar las características de variabilidad de todo el lote o universo **N.** Es el método que en forma primitiva usa el comerciante en granos cuando «cala» un saco de trigo y juzga de la calidad de todo el saco por el exámen de un puñado.

El muestreo (sampling), es objeto de una técnica especial que se apoya en la teoría y se comprueba en la práctica.

Se comprende desde luego, que mientras más grande sea la muestra **n** en relación con el universo **N** mayor seguridad habrá en que la ley de variabilidad de aquella sea análoga a la del universo. No obstante, se puede operar con muestras pequeñas y obtener resultados satisfactorios basándose en leyes de probabilidad.

7

Distribución de las frecuencias

Cuando se estudia la variabilidad de las piezas en la producción en serie, donde intervienen sólo causas de azar, se encuentra, como en muchos casos en la naturaleza, que las frecuencias se distribuyen como en el gráfico de la fig. 1, que se denomina histograma, según una designación de Karl Pearson.

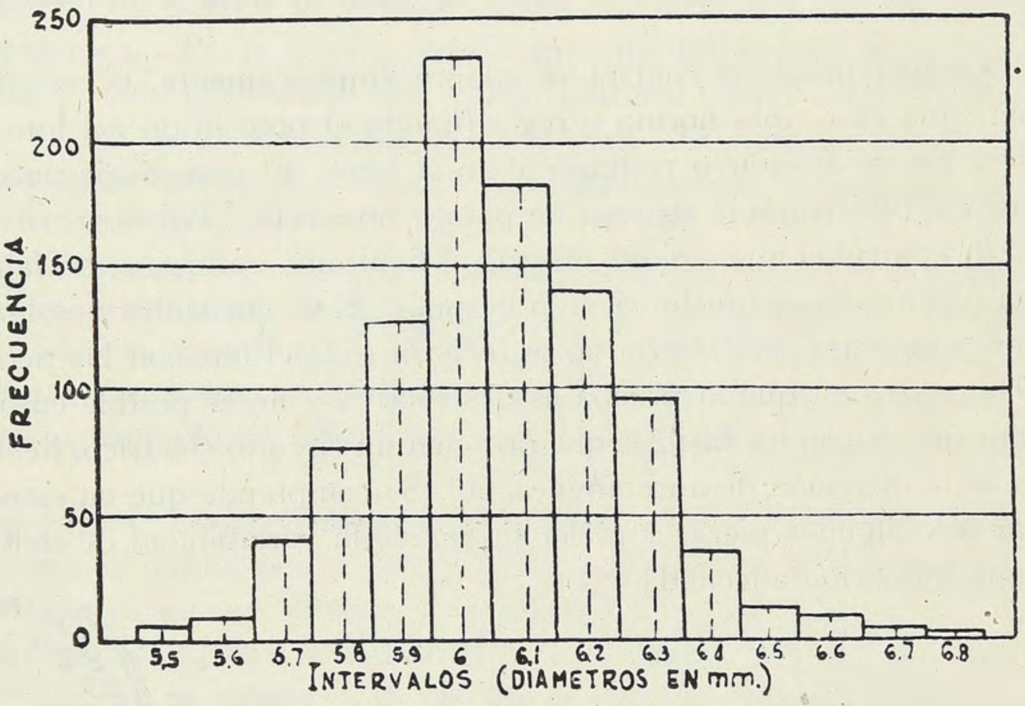

Fig. 1.-

A medida que los intervalos se hacen más pequeños los rectángulos aumentan en número y en el límite la figura adopta una forma parecida a una campana. En la práctica esta curva no es simétrica, se inclina hacia la derecha o hacia la izquierda de la vertical y varía en sus características de achatamiento (Kurtosis) de una muestra a otra. Shewhart en su obra «Economic Control of Quality of Manufactured Product» da a conocer 18 distribuciones distintas que se adaptan más o menos bien a los casos observados. La distribución de Gauss, llamada también normal, es muy usada por su sencillez y porque se adapta a muchos casos de la práctica. Sin embargo, la desconfianza de los matemáticos se expresa en las siguientes opiniones: Pearson dice en una de sus obras: ¿Es posible encontrar un material que obedezca dentro de límites probables a la ley normal? Yo respondo sí, pero esta ley no es una ley universal de la naturaleza. Hay que buscar casos. Poincaré en su «Calcul des Probabilités», cita a Mr. Lippmann quien le ha dicho: todo el mundo cree en la ley de los errores: los experimentadores porque piensan que es un teorema matemático y los matemáticos porque creen que es un hecho experimental. Estas opiniones hacen recomendable que según el caso se elija la distribución adecuada. En este estudio usaremos principalmente la normal o gaussiana, por su sencillez y porque se adapta al problema de la producción en masa. Salvo en la aplicación a ciertos casos, llamados de la fracción defectuosa, usaremos la distribución de Poisson (1837).

La curva normal tiene la ecuación (1) $y = y_o e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$

El área de ella entre los límites $-\infty$ y $+\infty$ será:

$$(2) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} y_o e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx = y_o \sigma \sqrt{2\pi}$$

Si hacemos esta área igual a la unidad tendremos $y_o = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$

que reemplazado en (1) nos da

$$(3) \qquad y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

En la teoría de los errores, usada en geodesia, se acostumbra a escribir $h^2 = \dfrac{1}{2\sigma^2}$ de suerte que la distribución toma la forma $y = \dfrac{h}{\sqrt{\pi}} e^{-h^2x^2}$ h se llama la precisión.

En estadística el exponente de **e** se acostumbra escribirlo así:

$$-\frac{(X-\overline{X})^2}{2\sigma^2} \text{ o sea que hemos}$$

puesto $x = X - \overline{X}$. Si dividimos ambos miembros por σ tendremos;

$$\frac{x}{\sigma} = \frac{X-\overline{X}}{\sigma}$$

Las tablas para calcular las ordenadas y las áreas comprendidas entre ordenadas están referidas a $\dfrac{x}{\sigma}$ (fig. 2) Si en las tablas vemos p. ej. el valor que corresponde a $\dfrac{x}{\sigma} = 3$

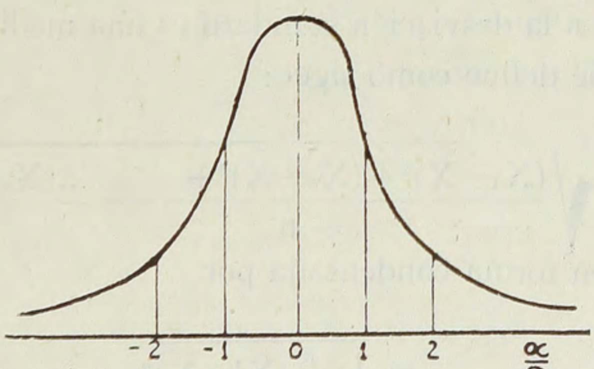

Fig. 2

encontraremos que el área correspondiente es 0,49865. Esta es el área desde la línea central hasta $x = 3\sigma$, hacia la derecha. Hacia la izquierda, y a la distancia $x = -3\sigma$ el área también será 0,49865. En total desde -3σ a $+3\sigma$ o sea en el intervalo

6 σ queda comprendida casi toda el área de la curva, $2\times 0{,}49865=0{,}9973$.

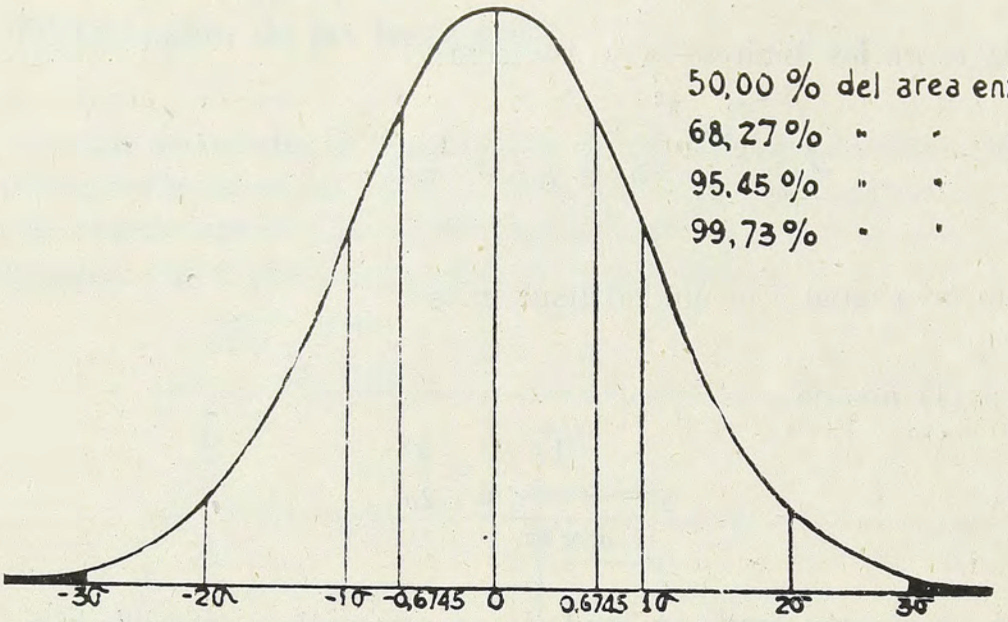

Fig. 3.-

La curva de Gauss es una curva de probabilidad y su ecuación se deduce de considerar la probabilidad relativa de que un caso quede comprendido entre X y X+dX. Esta probabilidad es el área del rectángulo ydx. Como $y=\varphi(X)$ $dP=\varphi(X))dX$. Integrando esta función entre $+\infty$ y $-\infty$ tendremos el área total que hemos hecho igual a 1.

Antes de continuar conviene explicar el significado de $\overline{X}$, σ.

Si X representa cierta característica de calidad cuyos valores observados en una muestra de **n** unidades y arreglados por orden de magnitud son X_1 X_2............X_n, el promedio aritmético será;

$$(4) \qquad \overline{X} = \frac{X_1 + X_2 + \ldots\ldots\ldots + X_n}{n} \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i)$$

(En general, en la notación estadística se coloca una tilde sobre las letras que expresan un promedio). El promedio aritmético es una medida de tendencia central, en tanto que σ, o sea la desviación standard es una medida de dispersión, alrededor del promedio $\overline{X}$. Se define como sigue:

$$(5) \qquad \sigma = \sqrt{\frac{(X_1-\overline{X})^2+(X_2-\overline{X})^2+\ldots\ldots\ldots(X_n-\overline{X})^2}{n}}$$

que se puede expresar en forma condensada por

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (Xi-\overline{X})^2}$$

Una desviación standard pequeña indica que los valores observados se agrupan alrededor del promedio aritmético, en tanto que una desviación standard grande es una indicación de que los valores se alejan del promedio aritmético. La desviación standard y el promedio aritmético son parámetros que sirven para medir una característica de la muestra o del universo. Existen otros parámetros como K que es una medida de asimetría, que indica cuándo la curva se inclina hacia uno u otro lado en relación con la vertical. Las curvas pueden ser más o menos achatadas, lo que se mide con el parámetro β_2 llamado Kurtosis. Los cuatro parámetros $\overline{X}$, σ, K y β_2 definen totalmente una distribución.

8

Fijación de límites. Teorema de Tchebychef

Para los efectos del control de calidad basta generalmente con usar el promedio aritmético y la desviación standard que contienen prácticamente toda la información requerida. Se dice entonces, y se demuestra, que estas dos estadísticas son las más eficientes.

Como veremos, al hacer las aplicaciones de la teoría del muestreo, lo que interesa es conocer el número de observaciones que quedan comprendidas entre límites relativamente grandes tales como el promedio $\overline{X}$+tres veces la desviación standard. Existe un teorema debido a Tchebychef (1849) que permite, conociendo el promedio y la desviación standard, estimar el número de observaciones que quedan entre los límites $\overline{X}+\sigma z$ en que z es un número mayor que la unidad. El teorema de Tchebychef expresa que la proporción del número total de los valores entre los límites que resultan de dar diversos valores a z, es siempre mayor que $1-\frac{1}{z^2}$ o sea

$$(6) \qquad P_z > 1-\frac{1}{z^2} \qquad\qquad n\,P_z > n\left(1-\frac{1}{z^2}\right)$$

Si tomamos $z=3$, $n=100$, tendremos dentro del intervalo $+3\sigma$ -3σ un porcentaje mayor de $\left(1-\frac{1}{9}\right)100=88{,}89\%$.

El teorema de Tchebychef tiene la ventaja de ser aplicable a cualquiera distribución, de suerte que no importa que no sea gaussiana. Camp y Meidell en 1922 han generalizado el teorema de Tchebychef imponiendo sólo pequeñas restricciones en la naturaleza del universo y son tales que puede usarse en general en los problemas estadísticos. La fórmula de Camp y Meidell es:

$$P_z > 1-\frac{1}{2{,}25z^2}$$

Aplicando esta fórmula al caso anterior tendremos dentro del intervalo $+\ 3\ \sigma$ un porcentaje del 95% de las observaciones, por lo menos.

Basándonos en estas consideraciones podemos construir diagramas como el de la figura 4 en que se fijan los límites entre los cuales puede variar el promedio aritmético.

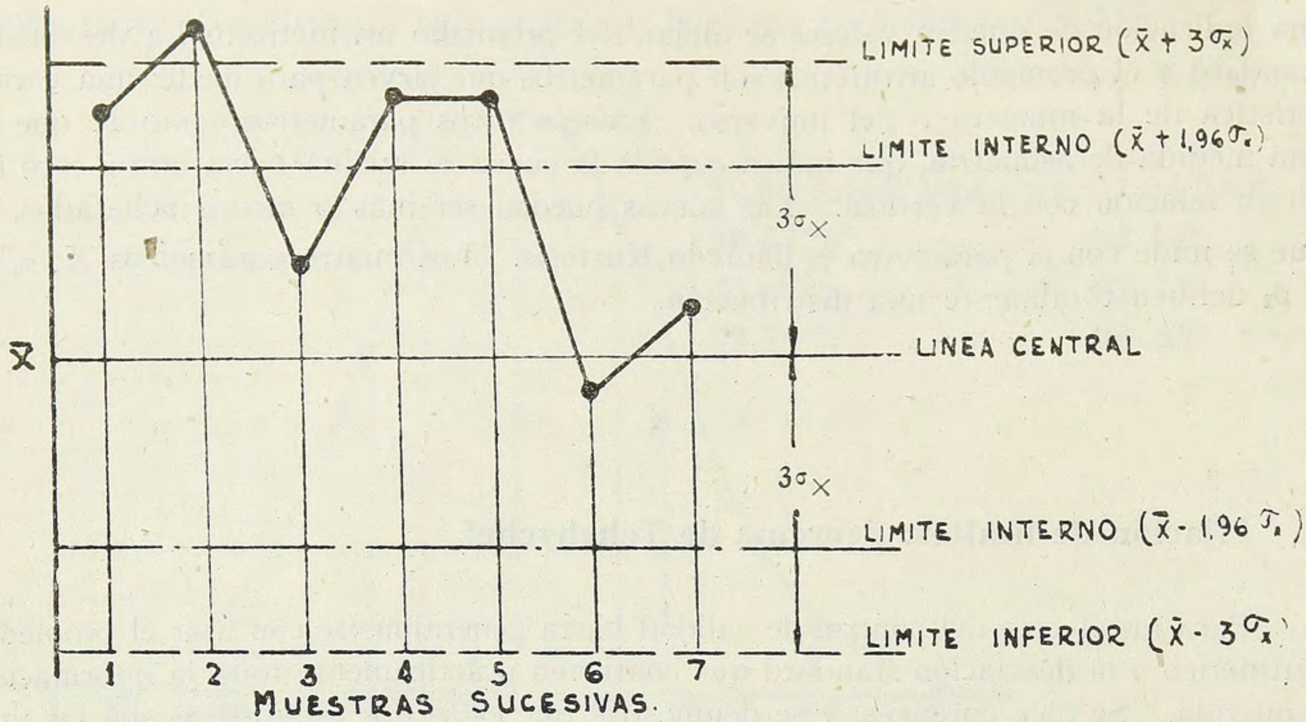

Fig. 4.

Vemos que todas las muestras, excepto la N.° 2, han caído dentro del límite y, en consecuencia, su variabilidad obedece únicamente a causas de azar. La muestra N.° 2 indica que hay una perturbación o una causa asignable que debe buscarse y eliminarse. El ingeniero de producción, advertido oportunamente por el diagrama,

COMPARACION DE LIMITES USADOS POR STANDARDS AMERICANOS E INGLESES.

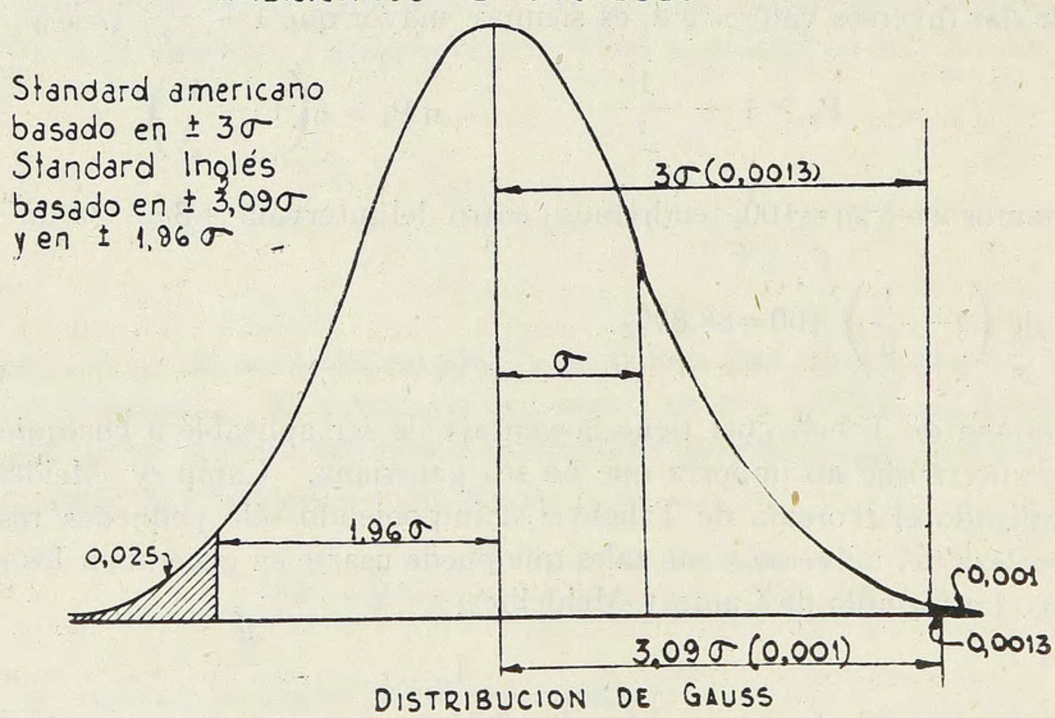

Fig. 5.-

averiguará si la anomalía proviene, p. ej., de un descuido del operador de la máquina, un cambio de matriz, defecto de la materia prima, etc., y procederá a extirparla. El diagrama de la figura 4 hace suponer que se ha procedido así porque la producción sucesiva se desarrolla dentro de los límites de calidad previstos.

En el diagrama se han fijado límites internos a la distancia $1{,}96\sigma_x$ de la línea central. Estos límites en el standard inglés se llaman de advertencia (warning) porque la experiencia ha demostrado que, cuando se sobrepasan hay posibilidades de perturbaciones futuras.

Hemos dicho en el párrafo 7 que hay tablas que dan el área de la curva de Gauss desde la línea central o promedio aritmético, en función de los múltiplos de la desviación standard. Las desviaciones expresadas en esta forma se llaman desviaciones standardizadas.

Si se conocen el promedio y la desviación standard de una distribución gaussiana, es posible calcular la proporción de individuos que quedan fuera del intervalo que se desee, usando las tablas de las desviaciones standardizadas.

Refiriéndonos a la figura 5 la proporción de observaciones que tienen un valor:

(1) Menor que $\overline{X}$—1,96 σ o mayor que $\overline{X}$+1,96 σ es 2,5%.

(2) Menor que $\overline{X}$—3,09 σ o mayor que $\overline{X}$+3,09 σ es 0,1%.

Los límites (1) y (2) son los adaptados en el standard inglés y los valores fraccionarios 1,96 y 3,09 tienen por único objeto obtener cifras redondas para las observaciones que quedan dentro de los límites respectivos.

El standard americano está basado en 3 σ en vez de 3,09 σ, o sea 0,13% en vez de 0,1% lo que en la práctica no tiene mayor importancia (fig, 5). El standard inglés usa también el límite interno de advertencia (warning limit), límite que no se emplea en el standard americano (ver fig, 4).

9

Aplicaciones prácticas

Para dar una idea de cómo se aplica el método estadístico que hemos venido exponiendo vamos a mostrar algunos ejemplos tomados de la práctica inglesa y americana, pero usando la norma americana basada en 3 sigma.

En primer lugar debe advertirse que la técnica es diversa sea que se trate de muestras grandes o pequeñas, que estas sean iguales o no. En cada caso habrá que aplicar un criterio adecuado. En general se advierte que mientras más grandes sean las muestras más se acercará su distribución a la del universo, pero con el inconveniente que el promedio en muestras grandes puede ocultar individuos que están fuera de los límites de la distribución. Las muestras muy pequeñas, hasta de 4, ofrecen dificultades técnicas de cálculo. Las razones anteriores hacen que se prefieran las muestras que contengan 5, 6, 7, 8, 9 ó 10 individuos. También es objeto de una técnica la forma y la frecuencia en que deben tomarse las muestras. Si las muestras se toman al azar es necesario eliminar lo que los estadísticos ingleses llaman «human bias» usando números tomados de tablas especiales como las de Tippet.

Veamos primero cómo se fijan los límites para el promedio aritmético. Se demuestra que la desviación standard de los promedios de los valores de muestras que contienen **n** individuos es

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

σ es la desviación standard de los resultados individuales para el universo del cual se extraen las muestras. $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ se llama el error standard.

De acuerdo con la norma americana los límites para el promedio serán

(7)
$$\bar{X} \pm 3 \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n}}$$

En el diagrama de la desviación standard los límites son:

(8)
$$\bar{\sigma} \pm \frac{3\bar{\sigma}}{C_2 \sqrt{2n}}$$

La desviación standard, también tiene un error standard, que para el caso de muestras de **n** individuos es

$$\frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{2n}}$$

Pero además hay que efectuar la corrección C_2, en el caso de la desviación standard *b*, introducida por Pearson y Fisher al estudiar la función de la distribución de la desviación standard. Encontraron que la distribución era asimétrica, pero que se acercaba a la simetría a medida que aumenta n. No existen tablas para calcular esta función que es bastante complicada, pero sí existen del promedio que tiene la forma siguiente:

(9)
$$\sqrt{\frac{2}{n}} \; \frac{\left(\frac{n-2}{2}\right)!}{\left(\frac{n-3}{3}\right)!} \; \sigma = C_2\sigma = \bar{\sigma}$$

Los valores de C_2 se encuentran tabulados en las normas americanas e inglesas y en los libros de estadística que tratan de la teoría de las muestras. Por ejemplo en la obra de Shewhart, «Economic Control of Quality of Manufactured Product». pág. 185, se dan los valores de C_2 para $n=3$ hasta $n=21$. Apuntamos algunos de estos valores:

n	C_2
3	0,72360
8	0,90270
:	
:	
21	0,96378

Como se ve el coeficiente de corrección tiene cierta importancia para muestras pequeñas. Para muestras de más de 20 se acerca rápidamente a la unidad.

Si reemplazamos en (8): $\bar{\sigma} = C_2\sigma$ tendremos:

(10)
$$C_2\sigma \pm \frac{3\,\sigma}{\sqrt{2n}}$$

Para que el método de los límites tenga un valor práctico es necesario que las muestras se tomen en forma continuada. Deben considerarse períodos relativamente cortos y averiguar los resultados de las muestras mientras el lote se encuentra en proceso. Se pueden establecer grupos por cada máquina del mismo diseño que haga el mismo producto, por cabeza de máquina, por turnos, por materias primas de diferente procedencia, etc. Esta división conduce a averiguar rápidamente las causas asignables, cuando las hay.

En el cuaderno de la norma inglesa viene un ejemplo tomado de la práctica de una fabricación de tubos de vidrios cuyos diámetros deben variar entre 6 y 6,30 mm, Se prepara la máquina ajustándola aproximadamente al promedio, o sea 6,15 mm, Cuando la máquina ha sido debidamente ajustada y aparentemente no se nota ningún defecto se empiezan a tomar muestras de cada lote. Se eligieron muestras de n = 8 individuos y un número k = 7 de muestras, o sea en total se han efectuado 56 medidas de diámetros. Para cada muestra se calcula el promedio y la desviación standard. Se forma un cuadro con estos promedios y se calcula el promedio de estos valores.

Los cálculos aunque largos, son sencillos y se efectúan usando las fórmulas 4) y 5).

Se llega a los siguientes valores finales;

Promedio aritmético $\overline{X} = 6{,}226$ mm.

Desviación standard $\sigma = 0{,}056$ mm.

La fórmula 7 nos permite calcular los límites de la desviación del promedio, o sea

$$6{,}226 \pm 3 \frac{0{,}056}{\sqrt{8}} = 6{,}226 \pm 0{,}059$$

Límite superior 6,285 mm. — Límite inferior 6,167 mm. — Línea central 6,226 mm.

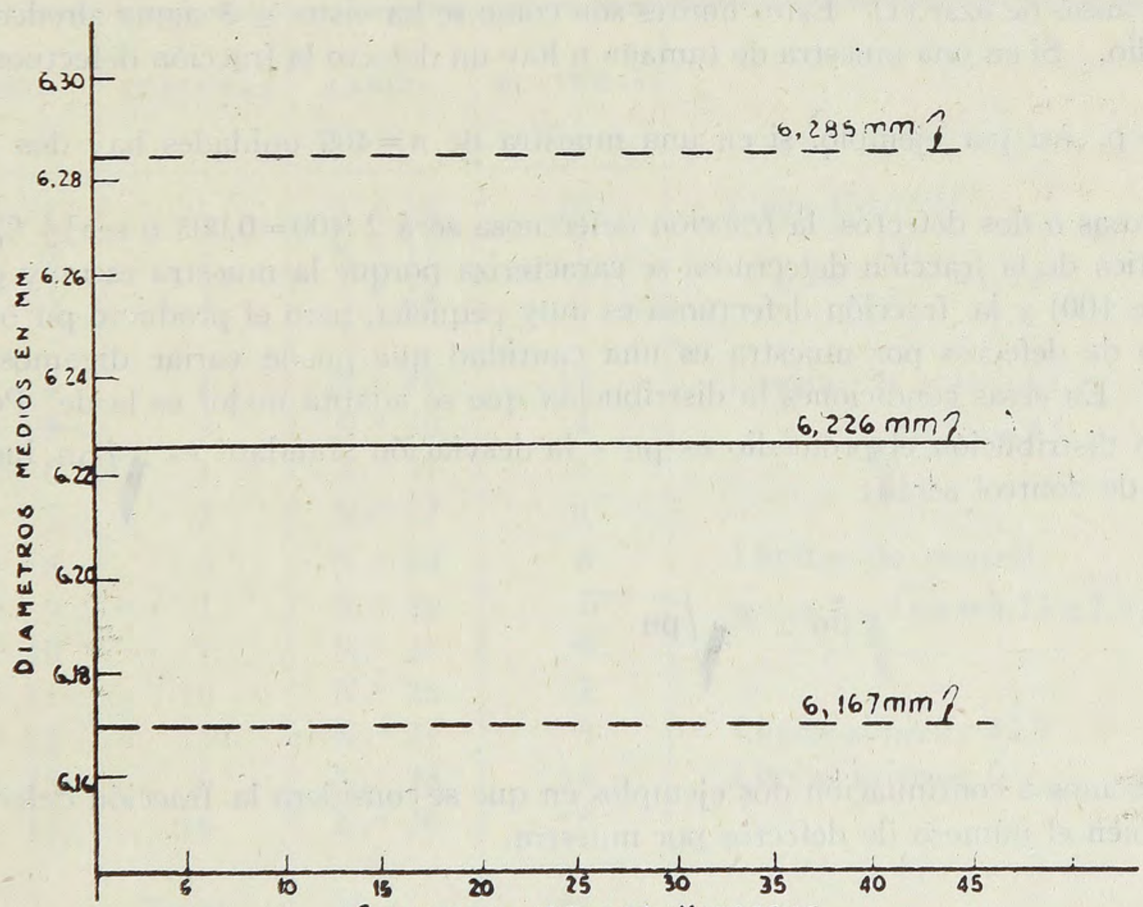

Fig. 6.-

Luego se colocan en el diagrama cada uno de los promedios de la muestras en el orden de sucesión en que fueron tomadas. Al colocarlas se encuentra que todas caen dentro de los límites. En consecuencia, la producción es estable.

El cálculo de los límites de la desviación standard se hace con la fórmula 10.

Para $n = 8 \quad C_2 = 0{,}903$

$$0{,}903 . 0{,}056 \pm \frac{3 . 0{,}056}{\sqrt{16}}$$

Límite superior; 0,093
Límite inferior 0,001
Línea central 0,051

Se construye un diagrama análogo al anterior tomando como observaciones el promedio de la desviación standard de cada muestra. Se encuentra que también caen dentro de los límites, lo que comprueba ya sin lugar a dudas que la producción es estable.

Para facilitar estos cálculos los cuadernos de normas contienen tablas de coeficientes para muestras de $n = 2$ a $n = 25$.

Para terminar vamos a dar un ejemplo en que se aplica una estadística que no hemos mencionado hasta ahora y que se llama la fracción defectuosa (fraction defective). Esta medida de calidad (fracción defectuosa p) es particularmente útil en la inspección y control, de características que se miden sobre la base del calibre pasa o no pasa. La función p se usa tamién para controlar el número de defectos o fallas en producciones de telas, hojalata, piezas recubiertas con esmaltes o galvanizadas, alambre forrado, u otras en que el número de defectos debe quedar dentro de los límites de las causas de azar.(1) Estos límites son como se ha visto ± 3 sigma alrededor del promedio. Si en una muestra de tamaño n hay un defecto la fracción defectuosa será $\frac{pn}{n} = p$. Así por ejemplo, si en una muestra de $n = 400$ unidades hay dos piezas defectuosas o dos defectos, la fracción defectuosa será $2/400 = 0{,}005$ o sea ½ %. La estadística de la fracción defectuosa se caracteriza porque la muestra es muy grande (más de 100) y la fracción defectuosa es muy pequeña, pero el producto pn o sea el número de defectos por muestra es una cantidad que puede variar digamos entre 0 y 10, En estas condiciones la distribución que se adapta mejor es la de Poisson. En esta distribución el promedio es $\bar{pn}$ y la desviación standard es $\sqrt{\bar{pn}}$, luego los límites de control serán;

$$\bar{pn} \pm 3 \sqrt{\bar{pn}} \tag{11}$$

Daremos a continuación dos ejemplos en que se considera la fracción defectuosa, o más bien el número de defectos por muestra.

(1) En estos casos se habla de muestreo por atributos.
En el ejemplo anterior se aplicó un muestreo por variables.

El primer ejemplo se refiere a defectos de acabado en golillas galvanizadas. Se han tomado 15 muestras de n=400 unidades cada una, En las muestras sucesivas de 400 se ha encontrado 1, 3, 0, (7), 2, 0, 1, 0, (8), 5, 2, 0, 1, 0, 3 en total 33 defectos, el promedio será;

$\bar{p}n = \frac{33}{15} = 2{,}20$. La desviación standard $\sqrt{\bar{p}n} = 1{,}47$. Luego los límites serán

$\bar{p}n \pm 3\sqrt{\bar{p}n} = 2{,}2 \pm 4{,}4.$

El límite superior es 6,6 y el inferior, que resulta negativo, se tomará igual a cero. Examinando las muestras vemos que quedan fuera de los límites la N.° 4 con 7 defectos y la N.° 9 con 8 defectos.

El segundo ejemplo se refiere a la prueba continua de alambre forrado de cierto tipo que se prueba con un voltaje especificado. Esta prueba produce cortaduras en los puntos débiles de la aislación. El alambre así dañado se corta en esos puntos y se vende en rollos cortos. Los datos se refieren a las roturas en largos sucesivos de 10,000 pies. Habrán 0, 1,2,3 etc, roturas por largo, según sean los puntos débiles de la aislación.

Como la prueba es continua, n puede considerarse infinito y p infinitamente pequeño, aunque pn es finito. La distribución adecuada es la de Poisson y se aplica la fórmula 11) pn será el número de rupturas por largo y el promedio se obtendrá dividiendo la suma de las rupturas por el número de trozos de 10,000 pies. Los resultados de las observaciones son los siguientes:

LARGO	RUPTURAS	LARGO	RUPTURAS (pn)
N.° 1	1	N.° 16	20
N.° 2	1	N.° 17	1
N.° 3	3	N.° 18	6
N.° 4	7	N.° 19	12
N.° 5	8	N.° 20	4
N.° 6	1	N.° 21	5
N.° 7	2	N.° 22	1
N.° 8	6	N.° 23	8
N.° 9	1	N.° 24	7
N.° 10	1	N.° 25	9
N.° 11	10	N.° 26	2
N.° 12	5	N.° 27	3
N.° 13	0	N.° 28	14
N.° 15.	16	N.° 30	8
	Total	30	187

Línea Central:

$\bar{p}n = \frac{187}{30} = 6{,}23$

Desviación standard

$\sigma = \sqrt{6{,}23} = 2{,}5$

Límites de control:

$\bar{p}n \pm 3\sqrt{\bar{p}n} = 6{,}23 \pm 7{,}5$

Límite superior 13,7

Límite inferior 0.

Sea que se construya el diagrama o se examine el cuadro de observaciones se encontrará que las muestras N.° 14, 15, 16, 28 están fuera de los límites. La fabricación es deficiente y deben buscarse las causas para eliminarlas.

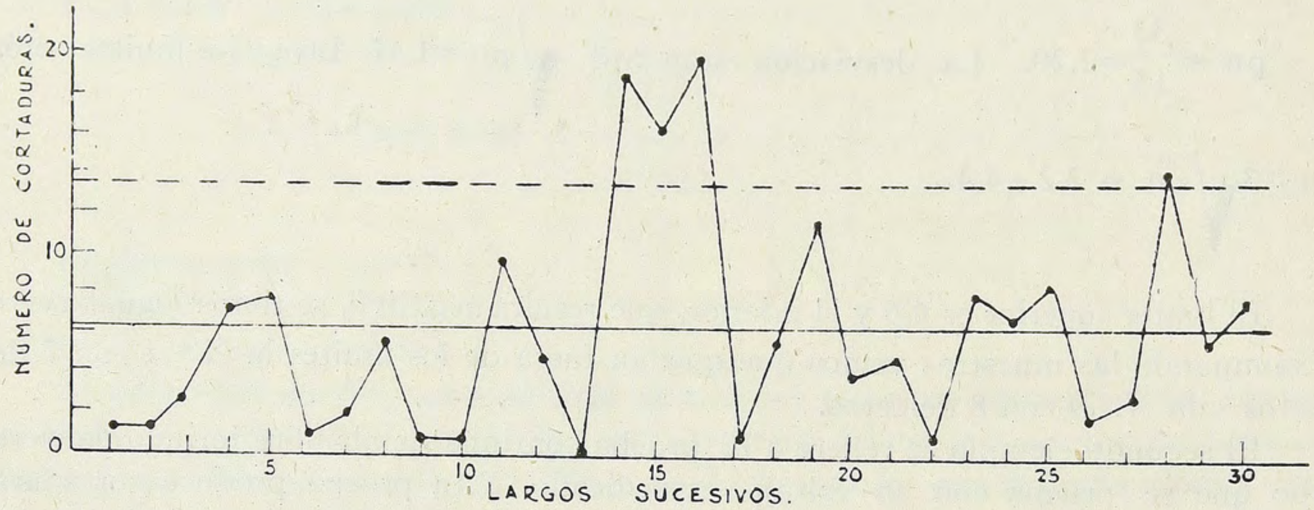

FIG. 7.-

Existen pues causas asignables que pueden deberse a la calidad de la goma del recubrimiento, o algún defecto de la máquina que lo aplica, a descuidos del operador, etc. Estas causas deben buscarse y eliminarse para quedar dentro de los límites 0 y 13,73. El límite 13,73 es alto y debe irse bajando hasta donde sea económico.

C. K. S.