
ANALES

DEL

INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE

LOS TRABAJOS TOPOGRÁFICOS I JEODÉSICOS

DE LA OFICINA DE LA CARTA DEL ESTADO MAYOR JENRAL DEL EJÉRCITO

(Continuacion)

Si ya se ha seleccionado los datos de un simple cuadro ¿qué garantías hai de que el valor publicado no se refiera solo *a algunos* de los triángulos de la red? Esperaremos, pues la publicacion completa.

En la conferencia del Instituto de Ingenieros manifestamos, que no podiamos ocultar nuestra sorpresa, porque se declaraba, en 1903, que la red principal tenia su compensacion en preparacion i en 1906 todavia no estaba medida.

El conferencista del Estado Mayor, agrega, por su parte, «que tampoco puede ocultar su sorpresa que un profesional *no sepa* que la compensacion se divide en dos partes: *compensacion de las estaciones*, la que puede hacerse inmediatamente despues de haber medido los ángulos, i *compensacion de la red entera*, que *solamente* se hace despues de haber *observado i compensado* por estaciones todas las visuales, las cuales entran en este cálculo con su *peso determinado* por la compensacion anterior. Cuando hablé de compensacion en preparacion *naturalmente me referí a la primera etc*».

A la página siguiente, se dice, que la Oficina de la Carta emplea para la medicion de los ángulos el método del Estado Mayor Aleman (es decir, el de Schreiber, en práctica allá desde 1871) i, ademas, «que la verdadera índole de la Jeodesia no ha sido comprendida» por el conferencista del Instituto de Ingenieros.

Respecto a la compensacion, en preparacion en 1903, i que el conferencista declara *haberse referido a la de las estaciones*, creemos, que un deber de seriedad nos exige imperiosamente no contestar nuevamente este punto i limitarnos a reproducir el párrafo objetado por nosotros i que se encuentra en la página 4 de la obra «*La Red de Melipilla*»

«En preparacion se encuentra:

«III. Medicion de ángulos i *compensacion de las estaciones*.

«IV. Compensacion de la red de la base i de la *red principal*».

Por las frases que hemos copiado del «Memorial» se ve que el conferencista declara usar el método de medida de ángulos del Estado Mayor Aleman i que las visuales (supongo las direcciones) que salen de la compensacion de estaciones entran con su *peso determinado* en la compensacion jeneral.

Toda persona que esté al corriente de los levantamientos europeos verá, ahora, que no es el conferencista del Instituto de Ingenieros el que no comprende la índole de la Jeodesia, sino que el del Estado Mayor la de los propios métodos que emplea.

Para demostrarlo, estimamos, que bastará algunas citas. Asi *Jordan*, por ejemplo, dice, respecto del método del Estado Mayor Aleman, en la página 43 del Tomo III-1896, lo siguiente: «Primeramente las medidas mismas resultan tan exactas como posibles, por la limitacion a la duracion mínima (solo dos objetos) del jiro aislado; pero, en segundo lugar *se hacen cero todos los coeficientes de peso*, etc. (!) Por su parte, *Reinhertz* (*Die Verbindungs Triangulation zwischen den Rheinischen Dreiecknetze*, etc. pág. 69), dice: que los ángulos hai que medirlos tantas veces i ordenarlos de tal modo que todas las *direcciones reciban el mismo peso*. Pero, si esto no bastase, puede traerse sobre el tapete la esposicion del mismo *Schreiber* (*Zeit. f. Verm.* 1878, núm. 4, pág. 209): «nuestra disposicion llena las siguientes condiciones: 2. Cada ángulo recibe exacta o proximamente *el mismo peso* (1).

Tratándose de trabajos todavía inconclusos, como los del Estado Mayor, dijimos que no habia elementos para un fallo tan absoluto como se ha supuesto, porque se acostumbra dar tal valor del error medio de un ángulo, deducido de los cierres de triángulos, solo para redes completas i con muchos de estos, pues, para un corto número la fórmula internacional propuesta por *Ferrero* no es suficientemente exacta (Véase *Jordan* III). Agregábamos, además, en nuestra conferencia (pág. 361): «En cambio, tratándose de un « gran trozo de red con dos bases, el acuerdo entre éstas, *el error medio de un ángulo o lado deducido de la compensacion jeneral* i el monto de las correcciones introducidas por la compensacion son elementos valiosos para un fallo, etc».

El director de la Oficina de la Carta, ignorando quizás la frase nuestra i no recordando que *el error medio i el peso son parientes muy cercanos*, esclama en su conferencia (pág. 143): «Pero un jeodesta *que realmente está al corriente* de todas las cuestiones « referentes a la Jeodesia, pregunta en primera línea: ¿Cuál ha sido *el error medio de una visual o de un ángulo* como éste sale ya en las compensaciones de las estaciones i « en fin *en la compensacion de toda la red?*» Se ve, pues, que el conferencista del Estado Mayor despues de manifestar *su idea* de que el del Instituto de Ingenieros no se ha dado cuenta de la índole de la Jeodesia, sin pensarlo, lo incluye indirectamente entre los que estan realmente al corriente de este ramo.

Sin embargo, debemos de advertir que el error medio de un ángulo deducido de la compensacion de las estaciones no tiene tan gran interes como lo supone el conferencista

(1) El máximum es 28 i el mínimum 24; esta pequeña diferencia es despreciable. Para todos los ángulos de una misma estacion el peso resulta igual.

i ello porque nada indica sobre los errores de centración de instrumento i heliotropo. En cambio, las correcciones que introduce sobre los ángulos la compensación jeneral, es el dato *mas imparcial i justiciero* i, para muestra, un ejemplo: En la triangulación de Estados Unidos, por haber crecido quizás el bosque en el espacio de tiempo transcurrido entre el reconocimiento i la medida de los ángulos, no se vió el punto en el lado Hugo-Carpenter (1) i fué necesario esperar el instante de refracciones anormales (como se hizo ya en el primer triángulo de la base de Melipilla) pues bien, en el cuadro de los resultados de la compensación jeneral encontramos que al ángulo correspondiente le ha tocado la *mayor corrección*.

Se presenta, en seguida, sobre el tapete, la famosa cuestión de la medición de la base, dice el conferencista en la página 139, i agrega: «Esta medición, que la primera vez se habia hecho *provisoriamente*, pero con muy buenos resultados, fué repetida en el campamento de Paico con un nuevo aparato recién llegado de Europa i con una teoría irreprochable. En página 140: Con el aparato reformado hicimos en el campamento de Paico una nueva medición de la misma base, que repetimos *treinta veces*. I, por fin, en página 141: «La compensación de todas estas mediciones con sus observaciones necesarias ha causado mucho trabajo i duró dos años (!) El resultado fué que un kilómetro de la base se habia medido con un error medio $\pm 0,4$ milímetros».

Nuevamente se presenta un caso de extraño criterio, como es el que hace llegar hasta la trigesima medida sin variar las condiciones en que ellas se ejecutan, i esto llama naturalmente la atención, por tratarse de la aplicación de los cuadrados mínimos que se basan en la teoría de las probabilidades «*que no es en el fondo sino el buen sentido reducido al cálculo*» (Laplace) (2) i de cuyos principios ha hecho siempre gala el conferencista.

Para que el resultado numérico proporcionado por un cálculo basado en una teoría como, por ejemplo, la de los cuadrados mínimos, tenga valor, hai que examinar, i esto es cuestión preliminar, si las observaciones que proporcionan el material para el cálculo han sido ejecutadas bajo las condiciones aceptadas como fundamento de la teoría citada. Se parte de la base que las observaciones no están afectadas de *errores sistemáticos* o que ellos se han eliminado tomando el promedio de pares o grupos de observaciones, quedando solamente los *errores accidentales*. De ahí, pues, que todo resultado numérico deducido de observaciones que no cumplen con la espresada condición no tienen el valor que se ha creído.

Nos vamos a tomar la libertad de colocar en manos del lector la punta del hilo para que él, por sí mismo, encuentre el ovillo i se dé cuenta clara de los motivos que pueden existir para que aquella medida de base publicada especialmente i formando el corazón de la obra «La Red de Melipilla» ahora resulta *provisoria*.

Comenzaremos por citar la opinión de algunos autores que, probablemente, no emplearían dos años en la citada compensación. Wright (3) de mucha práctica en cálculos

(1) *United States Coast and Geodetic Survey*.—Report 1905, pág. 261.

(2) *Oeuvres de Laplace*, Tome VII pj. CLXIX Paris 1847.

(3) WRIGHT.—*A Treatise on the Adjustment of Observations*—New York 1884—«Precision of a Base-Line Measurement», pj. 350.

de compensacion, dice, respecto de la precision de las medidas de base i sus errores: «Es-
« tos errores difieren esencialmente en carácter. Un error proveniente de las compara-
« ciones, siendo el mismo para cada medida de barra, es *acumulativo* para toda la base,
« mientras que los errores provenientes *de la medida misma* de la base, cuando las
« medidas se han repetido el número de veces bastante i las condiciones *han variado*
« *suficientemente*, tienden a equilibrarse mutuamente i podrian, por tanto, ser tratados
« por los estrictos principios de los cuadrados mínimos».

Se ve, pues, que si las condiciones no varian durante la medida, la exactitud indicada por el error medio relativo, que da la teoría de los errores, es puramente *platónica*. Para mejor comprension, citaremos un ejemplo: supongamos la medida de un ángulo cenital un gran número de veces en una sola posicion del instrumento, en este caso el error medio puede ser p. e. una pequeña fraccion de segundo de arco, pero el resultado puede estar afectado de un *error constante* de varios minutos, el error de índice o colimacion. Hai, pues, interes de estudiar si tiene o no *posibilidad* de estar afectada la medida de la base de Melipilla de *errores constantes* iguales o superiores a $\pm 0,4$ milímetros por kilómetro.

Al admitir la posibilidad de un error constante superior al error medio citado i que podria fácilmente dar una diverjencia entre la primera i segunda medida de la base, nos encontramos en buena compañía. Así *Jordan*, en su obra sobre compensacion (*Vermessungskunde*, Tomo I, 1895, pj. 24) dice, refiriéndose al hecho de tomar muchas medidas (30 en el caso de Melipilla): «Pero esto *no se hace generalmente*; una i la misma medida se repite *a lo mas cinco a diez veces* i, a decir verdad, no sólo porque a partir de allí el valor de *M* (error medio) solo decrece lentamente, sino tambien por un *motivo mucho mas importante*: La ecuacion 6 (la del error medio del promedio) i los valores numéricos calculados de allí, al lado de la curva correspondiente, *suponen como preliminar* que las medidas se encuentran *solo afectadas por errores accidentales* con igual probabilidad positivos o negativos i esto es, en realidad, *casi nunca el caso*. Al contrario, *miéntras mas delicadas i mas frecuentemente se las repite*, mas se llega a la conviccion que por todos lados influyen errores constantes. De ahí que en las repeticiones *se debe variar en lo posible* los incidentes, etc».

En efecto, los errores constantes tienen mucha probabilidad de ser bastantes apreciables en la medida de la base del Estado Mayor i algunos de los principales pueden clasificarse como sigue: 1.º Errores provenientes de la comparacion con el padron; 2.º Coeficiente de dilatacion de la cinta; 3.º Error de temperatura en la cinta fija. Estudiaremos brevemente estas tres causas:

1.º Durante la medida en el terreno la cinta se encuentra *descansando en toda su longitud* sobre el riel, miéntras que en la comparacion con el padron solo lo estaba en 1 m (1). Resulta de aquí que el valor deducido como longitud de la cinta tendrá que diferir del que se encuentre a la misma temperatura con la cinta apoyada sobre el riel' pues aquí la friccion acciona sobre toda la cinta.

(1) «La Red de Melipilla», pág. 35.

El valor numérico de este error solo puede determinarse, en forma segura, por observacion.

2.º Segun se deduce de las fórmulas dadas en la página 39 de «La Red de Melipilla», se ha aceptado que el padron i la cinta tienen el mismo coeficiente de dilatacion, lo que la esperiencia ha demostrado no ser efectivo. Veamos modo de formarnos idea del monto del error constante que de aquí pudiese resultar.

La correccion por grado centígrado del padron de acero empleado en la comparacion es 0,0115 mm i no se ha hecho determinaciones del coeficiente de la cinta, que jeneralmente resulta un poco inferior.

En los últimos trabajos en Estados Unidos (1) tenemos el material para el cálculo, pues allí, como *siempre se hace*, se efectuaron muchas observaciones a variadas temperaturas i se dedujo los coeficientes de dilatacion por los cuadrados mínimos. Reduciendo a milímetros por metro, se tiene, para las cuatro cintas empleadas, los valores: 0,01053, 0,01068, 0,01047 i 0,01054, cuyo promedio da 0,0105.

La comparacion de la cinta de la Oficina de la Carta fué hecha a la temperatura de 13,8º i la medida a 25º, de modo que el error por kilómetro podria ser: $(0,0115 - 0,0105) (25 - 13,8) \times 1000 = 11,2$ mm, es decir, que el error constante, por esta causa, llegaria probablemente a un valor *veintiocho veces mayor* por kilómetro que el error medio indicado por el conferencista.

Para toda la base, de 7,6 km, se tendria $0,4 \text{ mm} \times \sqrt{7,6} = 1,1$ mm de error medio, pero $11,2 \text{ mm} \times 7,6 = 85,2$ mm de error constante, o sea *setenta i siete veces mayor*, i este error no puede eliminarse ni efectuando las medidas con temperaturas mas elevadas i mas bajas que la de comparacion de la cinta con el padron, puesto que se refiere a la cinta que *ha quedado fija durante la medida*. En efecto, en la página 27 de «La Red de Melipilla» se dice: «Durante el tiempo de la medicion el aparato de observacion quedaba instalado. Teniendo nuestro campamento cerca de la señal 2, podríamos prescindir de una guardia especial para éste. Sin embargo, es posible instalar cada dia el aparato, si se tiene cuidado de *hacer marcas en los rieles* que corresponden a la primera posicion de los extremos». Es decir, volveríamos al mismo asunto: *aceptar para los rieles i a la cinta el mismo coeficiente de dilatacion*.

3.º La temperatura que interviene en el cálculo i para la cinta fija es la del aire, tomada con un psicrómetro aspirador de Assmann.

En la página 24 de la «Red de Melipilla» el autor se expresa respecto a las temperaturas que indican los termómetros i la que realmente tiene la cinta, i que es la que corresponde a la accion de ésta sobre el dinamómetro: «Los termómetros que se encontraban cerca de la huincha no podian absolutamente seguir las indicaciones instantáneas del dinamómetro, de modo que indicaban una temperatura que ya estaba reemplazada por otra».

Es un hecho conocido de todos los jeodestas que han hecho uso de cintas de acero,

(1) BALDWIN-HAYFORD. *On the measurement of nine base-lines along the ninety-eight meridian Coast and Geodetic Survey Report 1901 App 3*. (Datos en páj. 265).

que estas no tienen en realidad exactamente la temperatura indicada por los termómetros, fenómeno comun a todos los aparatos de bases, i es por ello que en Estados Unidos las medidas se hacen jeneralmente de noche para atenuar la influencia de este inconveniente.

En el caso que tratamos, el autor, que *no acepta* las indicaciones del termómetro para la cinta móvil, *las acoje* con la mejor voluntad para la cinta fija. Se puede preguntar, pues, qué error constante podria resultar por esta causa, dado que las medidas se han hecho siempre sin desarmar cada vez la cinta fija.

El jeodesta *Koppe* (1) dice, en uno de sus trabajos, página 658: «Una determinacion exacta de la temperatura de la barra en cada momento será quizás alcanzable en *locales cerrados* con temperatura uniforme, como los hai, por ejemplo, en Breteuil, *pero la medida al aire libre* tropieza con tan grandes dificultades i *difficilmente salvables* a causa de las rápidas i notables variaciones de temperatura que en las medidas de base es la fuente principal de errores i *ha sido el punto delicado* de todas las medidas lineales de esta clase ejecutadas hasta ahora».

Pero aun en la pieza las diferencias de temperatura entre los termómetros i el metal pueden alcanzar valores fuertes, como se deduce por ejemplo de las esperiencias term-eléctricas ejecutadas por *Fischer* con el aparato de Brunner del Instituto Jeodésico de Potsdam. En el cuadro publicado por este jeodesta (*Astronomische Nachrichten* núm. 2,451, páj. 40) encontramos diferencias hasta de $0,8^{\circ}$, correspondiendo a una variacion de 1° por hora para la temperatura del aire.

Ahora, tengamos presente, que al aire libre las variaciones de temperatura son mucho mas rápidas, así, en el valle central, Santiago, por ejemplo, se presentan casos de 42° de variacion en nueve horas (Anuario del Observatorio, 1904, páj. 92 A) de modo que si se *acepta solamente* que la temperatura de la cinta fija sea un grado distinto de la indicada por el termómetro, estaremos por bajo de la realidad. En efecto, en Estados Unidos, en ciertas esperiencias se encontró hasta *tres grados* de diferencia (2) entre cinta i termómetro en las medidas de día.

El efecto de dilatacion sobre una cinta de acero es proximamente de $0,0105$ mm por metro i grado, como ya se ha indicado, de modo que ya la diferencia de solo un grado en la cinta fija daria un error de $10,5$ mm por kilómetro, o sea $10,5 \times 7,6 = 79,8$ mm para toda la base.

Cualquiera de las hipótesis hechas, que no pueden ser mas fundadas, producen errores constantes que sobrepasan por mucho el error medio relativo declarado, teniamos, pues, razon al decir que aquella precision podria ser *platónica*.

Ahora se preguntará ¿cómo se puede medir una base sin incurrir en estos errores constantes de la temperatura? Simplemente optando por un metal que tenga el coefi-

(1) *Koppe*. — *Die Bussismessungen*. — «Prometheus», 1904, páj. 630, Berlin.

(2) *On the measurement of the Holton base, Ripley County, etc. Coast and Geodetic Survey-Report 1892* (Véase en páj. 329: Base de «St. Albans»).

cienta de dilatacion pequeño. Así, por ejemplo, los alambres de invar que adquirimos en Europa para la Oficina de Límites tienen, segun el certificado de la Oficina Internacional de Breteuil, la siguiente ecuacion:

$$l = l_0 (1 + 0,000000095 t - 0,00000000026 t^2)$$

Con estos aparatos de bases, que ya están en uso en veintiocho oficinas, un error, no diremos de *uno*, sino aun de *tres grados*, solo influiria en *tres décimos de milímetro* por kilómetro. Pero en realidad no será así, puesto que se mide con temperatura subiendo i bajando, i, ademas, bástará tomar la del aire con un simple termómetro de honda. Estos alambres fueron comparados en la misma forma que se van a emplear i por tanto no existe la primera causa citada de error.

En nuestra conferencia manifestamos, que la proyeccion doble conforme del levantamiento de Prusia no era aplicable a Chile, a causa de la gran estension de nuestro pais, i para ello citamos algunos párrafos de la memoria orijinal de Schreiber i en donde se dan los límites de aplicacion. El señor director de la Oficina de la Carta dijo *que nos daba perfecta razon, pero que no empleaba esa proyeccion sino otra*, (páj. 146 del «Memorial» III) que no cita.

Como el conferencista ha declarado que obra *aconsejado por el Instituto Jeodésico* i, segun las planchetas, se ve que emplea *coordenadas rectangulares* i así tambien lo ha publicado, el lector se convencerá de que difícilmente esto se haga *por consejo* del citado Instituto, leyendo lo que dice su eminente director en la página 486 del primer tomo de su Jeodesia Superior. En efecto, despues de hablar de la mayor comodidad de las coordenadas jeográficas, i manifestar que las rectangulares solo pueden quedar reducidas al empleo en rejiones de poca estension, dice: «El fundamento de la comodidad espuesta es que, en el traspaso sucesivo de las coordenadas jeográficas, de punto a punto, entran siempre en consideracion solo las *fórmulas sencillas* del § 22, páj. 456, mientras que con el empleo de las coordenadas rectangulares, cuando hai cierta estension en la rejion. (En Chile desde 33° a 18° i 56° de latitud, respectivamente, pues se ha aceptado el Observatorio Astronómico como orijen) se hacen necesarias, a causa de la dependencia de las fórmulas de la distancia de los puntos al eje de abscisas, desde luego las fórmulas de página 419 de ningun modo sencillas i, probablemente, mas complicadas aun».

Respecto al resto de las observaciones del conferencista, los temas respectivos se encuentran suficientemente tratados en nuestra conferencia i no insistiremos. Solo diremos dos palabras todavía sobre la afirmacion de que los trabajos de una oficina civil van a ser muy caros, así, el director de la Oficina de la Carta estima, pero nada mas que *porque así le parece*, que se gastarán inútilmente millon i medio de pesos en los cinco primeros años i que las planchetas costarán \$ 35 000 cada una.

El conferencista decia en 1903 (1) respecto de los trabajos de su oficina, que, segun su cálculo, con un gasto de 100 a 200 mil pesos se levantarían 15 000 km² es decir, próxi-

(1) «La Red de Melipilla», páj. 10.

inamente, a *diez pesos* el kilómetro cuadrado i hoi declara (1) que cada plancheta ha costado \$ 10 000, es decir *cien pesos* la misma unidad de superficie (!).

Ahora vendria la pregunta ¿si el director de la Oficina de la Carta ha errado en la proporcion de *uno a diez* sobre los trabajos que *se han ejecutado* bajo su direccion cómo pretende tasar el costo de aquellos en los cuales no tendrá injerencia i que *todavía no se han hecho*?

El relator sobre el costo de los trabajos topográficos, en el Congreso Topográfico de 1892, *Mr. Donn*, se espresó, con mucha razon, respecto de las tasaciones como la usada por el conferencista, diciendo: «que seria tan dificultoso e irrealizable como una prediccion del tiempo con seis meses de anticipacion» (2).

Estimando que nuestra mision no es la de corrector de *pruebas* de la Oficina de la Carta, sino la de un simple profesional que se interesa por que vengan mejores tiempos para la cartografía nacional i que muestra la viga en el ojo que veia toda clase de errores para el futuro trabajo civil, creemos de nuestro deber no cansar mas al lector sobre este complicado asunto, pues, difícilmente, el señor director de la Oficina de la Carta dejará de estimar que sus trabajos no son la perfeccion i que los profesionales civiles puedan llegar a hacer algo aceptable, i, ademas, ¡quién sabe si despues no resulte tambien todo provisorio!

ERNESTO GREVE.

Peñaflo, a 15 de Enero de 1907.

(1) «Memorial III» del Estado Mayor, páj. 147.

(2) *Report of the Topographical Conference*.—Washington 1892. C. and G. S. 1891—App. 16.

