

CONFERENCIA DADA

POR EL SEÑOR CORONEL DON FÉLIX DEINERT

EN EL INSTITUTO DE INGENIEROS DE CHILE EL 10 DE SETIEMBRE
DEL PRESENTE AÑO

En una de las sesiones anteriores de este Instituto, el señor Obrecht ha sometido a un exámen crítico la medicion de la base de la red de Melipilla efectuada en el año 1900 por oficiales del Estado Mayor Jeneral del Ejército.

Debo hacer presente, desde luego, que las observaciones del señor Obrecht fueron puramente teóricas i no se basaban sobre ninguna esperiencia práctica, puesto que él no habia visto nunca el aparato i ménos aun lo habia visto funcionar.

El señor Obrecht desarrolla las fórmulas matemáticas del aparato (las que ha tenido la amabilidad de poner a mi disposicion), i deduce de ellas un error que podria importar medio metro, segun su cálculo.

No son las fórmulas en sí las que son equivocadas, sino el empleo que el señor Obrecht hace de ellas, pues que da a los términos de dichas fórmulas valores completamente arbitrarios, sin preocuparse si ellos corresponden prácticamente a la realidad.

La idea del aparato en cuestion es, brevemente, la siguiente:

Si se estira una huincha de acero de 25 o 50 metros, entre dos puntos fijos e intercalando en uno de sus extremos un dinamómetro al cual se da cierta tension de 50 Kg. por ejemplo; se ve que las dilataciones i contracciones de la huincha se manifiestan notablemente en el dinamómetro, de modo que la tension de éste se puede considerar como una funcion de la temperatura, constituyendo el dinamómetro con la huincha una especie de termómetro sumamente sensible. Este termómetro tiene la ventaja indiscutible, sobre otros, que una huincha idéntica a la con que se mide, indica la temperatura i seria el ideal de los termómetros para este objeto, si en vez de ser inmóvil pudiera trasportarse juntamente con la huincha móvil a cada huinchada. (Véase fig. páj. 450)

Voi a desarrollar las fórmulas teóricas, permitiéndome, para mas rapidez, emplear el cálculo diferencial.

Llamamos L la longitud de la huincha, i l la longitud del resorte del dinamómetro, tendremos

$$L + l = \text{const.}$$

L i l son funciones de la temperatura i de la tension del resorte, de modo que, empleando el cálculo diferencial i haciendo la diferenciacion segun t i q , temperatura i tension, tenemos:

$$\frac{dL}{dt}dt + \frac{dL}{dq}dq + \frac{dl}{dt}dt + \frac{dl}{dq}dq = 0.$$

$$\frac{dL}{dt}dt$$

significa la variacion de la huincha debida a la temperatura, i se puede escribir: $L_0 \alpha dt$, siendo α el coeficiente de dilatacion por la temperatura.

$$\frac{dL}{dq}dq$$

es la variacion debida al cambio de tension, i se puede escribir: $L_0 \beta dq$, siendo β el coeficiente de dilatacion por la tension.

$$\frac{dl}{dt}dt$$

dilatacion del resorte se puede suprimir, puesto que es insignificante, i

$$\frac{dl}{dq}dq$$

es igual a $l\gamma dq$, donde γ es el coeficiente de dilatacion debida al cambio de la tension.

Entónces tenemos:

$$L_0 \alpha dt + L_0 \beta dq + l\gamma dq = 0 \text{ o bien}$$

$$L_0 \alpha dt + (L_0 \beta + l\gamma) dq$$

$$L_0 \alpha dt + (L_0 \beta + l\gamma) dq = 0 \text{ (I) o}$$

$$dt = - \frac{(L_0 \beta + l\gamma) dq}{L_0 \alpha} \text{ (II)}$$

En la huincha móvil $L = \text{const.}$ i diferenciando, segun t i q , tenemos

$$\frac{dL}{dt}dt + \frac{dL}{dq}dq = 0 \text{ o}$$

$$L_0 \alpha dt + L_0 \beta dq_1 = 0$$

$$\alpha dt + \beta dq_1 = 0 \text{ o}$$

$$dq_1 = - \frac{L_0 \alpha dt}{L_0 \beta}$$

Sustituyendo dt por su valor dt , en fórmula II, tenemos:

$$dq_1 = \frac{L_0 \alpha \cdot (L_0 \beta + l\gamma)}{L_0 \beta} dq = \left(1 + \frac{l\gamma}{L_0 \beta}\right) dq$$

En el procedimiento empleado por mí en la medición de bases, he puesto $l\gamma = L_0 \beta$, lo que quiere decir que la variación de la longitud del resorte del dinamómetro i la variación de la huincha sean iguales, i entonces

$$dq_1 = 2 dq$$

El señor Obrecht tiene dudas acerca de esto, i dice:

$l\gamma = m L_0 \beta$, i entonces $dq_1 = (1 + m) dq$, i el error entre la suposición mía i esta expresión será:

$$\Delta Q = (1 + m) dq - 2 dq = (m - 1) dq$$

Puesto que teníamos:

$$L_0 \alpha dt + (L_0 \beta + l\gamma) dq = 0$$

tenemos

$$L_0 \alpha dt + L_0 \beta (1 + m) dq = 0$$

$$dq = - \frac{\alpha dt}{\beta (1 + m)}$$

de modo que tenemos

$$\Delta Q = \frac{1 - m}{1 + m} \cdot \frac{\alpha}{\beta} dt$$

i la longitud errónea para cada metro

$$\beta \Delta Q = \frac{1 - m}{1 + m} \alpha dt$$

Es ésta la fórmula que el señor Obrecht toma como punto de partida para sus averiguaciones i da ahora a m todos los valores posibles desde 0 hasta el infinito, i entre todos éstos elije el valor que hace de la funcion

$$\frac{1-m}{1+m} \text{ o } 1+2 \left(\frac{1}{1+m} - 1 \right)$$

un máximo porque suministra el error mas grande en la longitud de la base.

El señor Obrecht dice que el error sobre una base de 8000 metros es:

$$8000 \left(\frac{1-m}{1+m} a \right) dt = 8000 a_1 dt$$

$$a = 0,0000107$$

$$dt = 6^{\circ}$$

$$8000 \times 0,0000107 \times 6 = 0,50 \text{ m}$$

pero en su cálculo pone, en vez de a_1 , a i olvida completamente que éste provoca el error máximo en el caso en que no se hubiese tomado para nada en cuenta la temperatura. Evidentemente si hubiéramos medido la base con una variacion de 6° en la temperatura, hubiéramos cometido ese error, pero en el caso que no hubiésemos usado ningun procedimiento para compensar las variaciones debidas a la temperatura, puesto que la fórmula

$$8000 \times a \times 6 = 0,50 \text{ m}$$

es la expresion para la dilatacion de una huincha de 8 Km. con una variacion de 6° de temperatura.

El señor Obrecht en esta fórmula $8000 \times a \times dt$, tomando el máximo de la funcion

$$\frac{1-m}{1+m} a$$

ha confundido el coeficiente equivocado de dilatacion con el error sobre este coeficiente, i por este motivo sale esta indecision de medio metro en la medicion de la base.

Se ve que en la conferencia del señor Obrecht hai una verdadera equivocacion, un error, el error sistemático, que sus observaciones son puramente teóricas, sin estar acompañadas de esperiencias prácticas.

Es natural que esta cuestion hai que resolverla prácticamente. Al factor m , en la fórmula

$$B \Delta Q = \frac{1-m}{1+m} a dt$$

no corresponde en la realidad ni todos los valores posibles, ni un valor máximo sino un valor único que hai que averiguar por esperiencias prácticas. Yo he encontrado que este valor de m es igual a 1,064, de modo que el error cometido será

$$\beta \Delta Q = \frac{-0,064}{2,064} a dt = -0,031 a dt$$

de modo que el error sistemático en *una sola medicion* es:

$$7660 \times 0,0000115 \times 0,031 \times 6 \text{ m} = 0,766 \times 0,115 \times 0,186 \text{ m} = \pm 16,4 \text{ mm.}$$

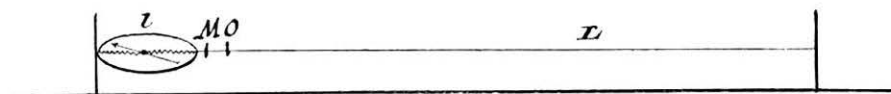
Se ve que el error sistemático se reduce muchísimo a pesar de que he admitido un cambio de temperatura de 6° , cambio que en la realidad no se produce cuando se elijen oportunamente el tiempo i la hora en que se ejecutan las mediciones. I si realmente hubiera semejante cambio él no se produce bruscamente sino de una manera paulatina, creciendo o disminuyendo la temperatura poco a poco hasta llegar al extremo de 6° .

Todas estas observaciones se refieren a una sola medicion, pero cuando éstas se repiten i se hace una parte de ellas cuando la temperatura va aumentando i otra cuando va disminuyendo los errores cambian de signo con dt , de modo que en el resultado final se encontrarán enteramente compensados.

Se ve, pues, que no se trata de un verdadero error sistemático sino de un error accidental, susceptible de compensacion por el método de los cuadrados menores como todos los demas errores accidentales.

Me queda todavía por demostrar cómo se puede averiguar prácticamente la magnitud del factor m en la fórmula

$$l_o \gamma = m L_o \beta$$



Para este fin se hizo una marca M en el apéndice del dinamómetro i se observaban la marca M i el punto O de la huincha por medio de microscopios que daban las diez milésimas partes de *un milímetro*; a pesar de esto no se pudo constatar la menor diferencia en la marcha de las marcas, siendo su movimiento completamente uniforme e igual. De modo, pues, que hube solo de observar la marcha del punto O de la huincha en las diferentes posiciones de la aguja que indica la tension.

Por una larga serie de esperiencias de esta naturaleza encontré en el Instituto Geodésico de Potsdam que a 1° de aumento de temperatura correspondia 0,75 kg. de dismi-

nucion en la tension i a una variacion de 0,3633 mm. 1 kg. de cambio de tension para una longitud de 49,6 m. de la huincha del aparato de observacion.

Segun la fórmula

$$L_0 \alpha dt + L_0 \beta (1+m) dq = 0$$

tenemos

$$49,6 \times 0,0115 = 0,3633 \times 0,75 \times (1+m)$$

$$\frac{0,5704}{0,276} = (1+m) = 2,065$$

$$m = 1,065.$$

Antes no me habia ocupado del valor m i solamente lo he calculado ahora a fin de satisfacer la curiosidad del señor Obrecht.

Para darme cuenta de la exactitud de mi procedimiento he examinado el coeficiente de dilatacion A que resulta en consecuencia del empleo de aquel.

Tomando otra vez la fórmula:

$$L_0 A dt + (L_0 \beta + l \gamma) dq = 0 \text{ tenia}$$

$$49,6 A + 2 L_0 \beta dq = 0$$

$$49,6 A + 2 \times 0,75 \times 0,3633 = 0$$

$$A = \frac{2 \times 0,76 \times 0,3633}{49,6} \text{ mm.} = \frac{0,552216}{49,6} = 0,011133387 \text{ mm.}$$

ahora A reducido a 1 metro es: 0,0000111, mientras el verdadero valor α es 0,0000115, de modo que la diferencia $A - \alpha$ es: $A - \alpha = 0,0000004$.

Por consiguiente el error que se comete equivale a tomar un coeficiente de dilatacion equivocado de 0,0000004, lo que daria para 7660 metros i 6° de temperatura $7660 \times 0,0000004 \times 6 = 18,2$ mm. mas o menos el mismo error que habíamos averiguado por medio de m .

El valor de α_1 , es:

$$\alpha_1 = \frac{1-m}{1+m} \alpha = -0,0000004$$

$$\frac{1-m}{1+m} 0,0000115 = -0,0000004$$

$$\frac{1-m}{1+m} 0,115 = -0,004$$

$$1+2\left(\frac{1}{1+m}-1\right) = -\frac{0,004}{0,115} = -\frac{4}{115}$$

$$\frac{1}{1+m}-1 = -\frac{4}{2,115} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{1+m} = -\frac{4}{2,115} + 1 = \frac{-8+2,115}{4,230} = \frac{2,115-8}{4,230}$$

$$1+m = \frac{460}{222}$$

$$m = \frac{460-222}{222} = \frac{238}{222} = 1,072$$

mas o ménos el mismo valor que ántes, de modo que se ve que el procedimiento mio hace llegar al mismo resultado.

Tomemos otra vez en consideracion la fórmula

$$\delta \Delta Q = \frac{1-m}{1+m} a dt.$$

El señor Obrecht, de acuerdo con el señor Bertrand, dice que mi procedimiento seria exacto en el único caso de que m fuera igual a 1.

Acerca de esto hai que tener presente que al efectuar una medicion, de cualquier naturaleza que ella sea, hai un solo valor exacto, el cual queda eternamente desconocido, tratándose en la práctica de averiguar solamente el valor suficientemente aproximado a aquél para que el error cometido sea tan pequeño que no pueda influir perjudicialmente en la exactitud requerida.

He demostrado ya que el valor $m=1,064$ produce sobre toda la base, en una sola medicion un error de 18 mm i que cuando se hace la medicion unas veces con la temperatura en aumento i otras veces con la temperatura en disminucion, este valor cambia de signo con dt o de modo que se puede considerar este error como cualquier error accidental.

Mas fundada me parece la observacion del señor Bertrand respecto a que la temperatura, en el lugar de observacion i en el de medicion sea diferente, aun cuando no puedo convenir que esta diferencia de temperatura pueda llegar a 10° C. Pero, sin duda el señor Bertrand olvida que no se trata de la determinacion absoluta de la temperatura sino solamente de averiguar la magnitud del aumento o de la disminucion de la temperatura, i lo que mas jeneralmente sucede es que cuando la temperatura sube en el lugar

de observacion, en el lugar de la medicion sube tambien la misma cantidad, aun cuando las temperaturas absolutas sean diferentes.

Sin embargo, puesto que la determinacion absoluta de la temperatura es siempre de interes en la medida de bases, nosotros hemos medido constantemente la temperatura en el lugar de la observacion por medio del psicrómetro i en el lugar de la medicion por medio de termómetros de honda, de tal modo que si efectivamente hai diferencia de temperatura ella no queda ni desconocida ni despreciada i siempre la medicion de la base va acompañada de observaciones termométricas, pues aunque solo se trata de diferencias de temperatura durante la medicion, una vez por lo ménos debe determinarse absolutamente la temperatura del aire i de la huincha.

La dificultad a que ha hecho alusion el señor Bertrand se presentó ya en el Instituto Jeodésico Aleman en el recinto del cual, por órden del Emperador, una brigada de ferrocarriles construyó una línea férrea para probar el aparato de que se trata. Una parte de esta línea estaba cubierta por un galpon de 160 metros de largo i el resto se encontraba al aire libre.

Naturalmente debia aplicarse una reduccion al pasar del trecho cubierto al trecho libre, i a este objeto fué necesario determinar la diferencia de temperatura entre las dos partes.

Por ejemplo, el 22 de Mayo de 1901 esta diferencia importaba 6,8° C., de modo que para la parte libre de 80 metros habia que agregar:

$$\frac{2 \times 0,75 \times 6,8 \times 0,3633 \times 0}{49,6} = + 5,92 \text{ mm.}$$

Hai que dar a esta reduccion signo positivo, puesto que en la parte libre se habia estirado la huincha, indicando una longitud mas pequeña que la verdadera, i por consiguiente hai que agregar la cantidad calculada.

Se ve que esta dificultad no es insuperable, i ademas en la práctica será siempre posible elegir el lugar de la observacion, de tal manera que corresponda en jeneral a las condiciones accidentales del lugar de la medicion de la base, procurando así los cambios uniformes en la temperatura.

Aprovecho la ocasion para mostrar el nuevo modelo del aparato recién llegado de Europa, el cual tiene algunas ventajas sobre el aparato orijinal:

1.º Telefonar no es cómodo. El procedimiento telefónico, para comunicar las indicaciones del aparato de observacion, se sustituye por la observacion i el cálculo, apuntando la hora i la tension de minuto en minuto. Esto es mui ventajoso porque evita la instalacion de teléfonos de campaña, lo que es molesto fuera de que los alambres eran mui frecuentemente robados por los campesinos.

2.º La forma circular de los dinamómetros no es práctica; es mejor tener el movimiento de la aguja en la direccion de la medicion, lo cual permite no solo determinar la tension sino tambien directamente, por medio de una escala, la longitud que importa esta tension, de modo que puede observarse lo mas perfectamente posible un error even-

tual en la uniformidad de la marcha de la tension i del punto *O* de la huincha, error que inspira tantos temores al señor Obrecht.

3.º Los dos aparatos tienen idéntica forma e idénticas dimensiones, circunstancia mui importante puesto que así no solamente se suprime una cantidad de errores constantes que pudieran provenir de diferencias en este sentido, sino que permite tambien cambiarlos, usándolos una vez como aparato de medicion i otra vez como de observacion. De este modo se eliminan todos los errores constantes causados por diferentes condiciones de fabricacion i de tamaño.

En el próximo mes de Octubre pienso iniciar una nueva medicion de la base de Chinigue con el modelo presente, i a esta operacion asistirán algunos oficiales de la Armada que desean imponerse de la marcha de esta clase de trabajos.

FÉLIX DEINERT.

